

定義 関手

$C, D$  : 圏 とする.

-  $a \in \text{Ob}(C)$  に  $F(a) \in \text{Ob}(D)$  を  
( $C$  の対象 に  $D$  の対象 を)

-  $f \in \text{Mor}(C)$  に  $F(f) \in \text{Mor}(D)$  を  
( $C$  の射 に  $D$  の射 を)

対応させる関数で、以下の (1) ~ (3) を満たす  $F: C \rightarrow D$  を  
 $C$  から  $D$  への 関手 (functor) といい.

(1)  $f: a \rightarrow b$  のとき,  $F(f): F(a) \rightarrow F(b)$  である.

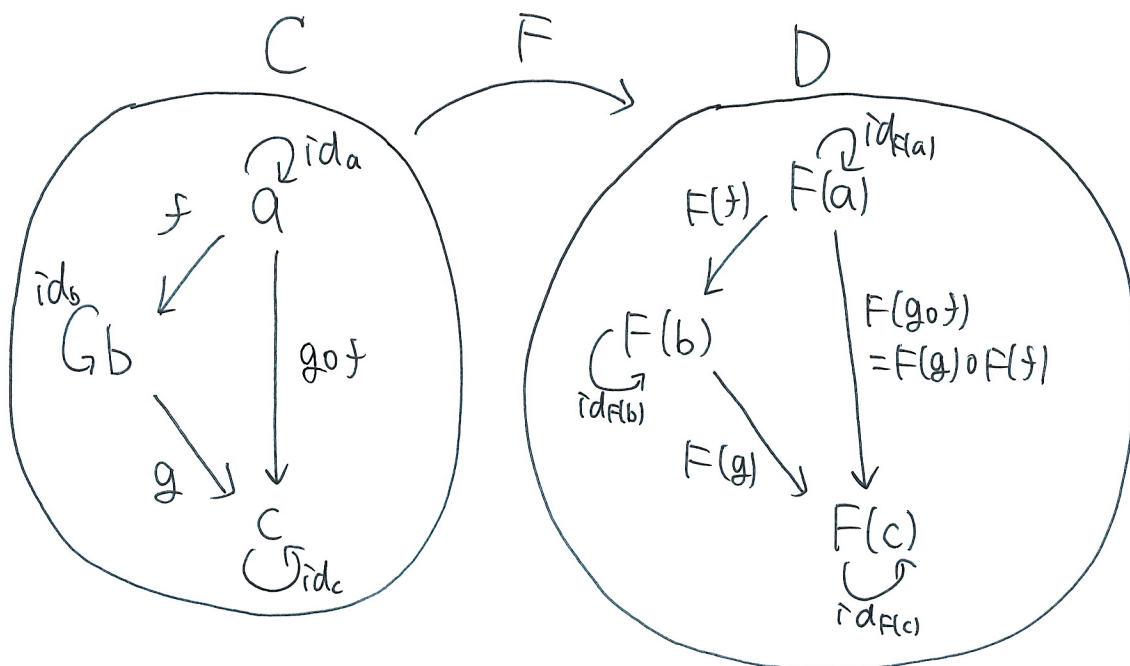
$\text{dom}(F(f)) = F(\text{dom}(f))$ ,  $\text{cod}(F(f)) = F(\text{cod}(f))$  となる.

(2)  $\text{cod}(f) = \text{dom}(g)$  のとき,  $F(g \circ f) = F(g) \circ F(f)$  である.

つまり, 合成してから  $F$  で"とばした射と,  $F$  で"とばしてから  
合成した射が"等しい.

(3)  $a \in C$  に対して,  $F(\text{id}_a) = \text{id}_{F(a)}$  である.

つまり, 恒等射 は 恒等射 に"とばす.



# 忘却関手

一般に、「構造を忘れる」関手  $U$  を一般に 忘却関手 (forgetful functor) といい。

例  $U: \text{Grp} \rightarrow \text{Set}$

- 群  $\langle G, \cdot \rangle \in \text{Grp}$  に対して,  $U(\langle G, \cdot \rangle) := G$  (ただの集合としての  $G$ ) と定める。

ここで,  $U$  は「演算を忘れる」といえる。

- 群準同型写像  $f: G \rightarrow G'$  に対して,  $U(f) := f$  (ただの写像としての  $f$ ) と定める。

このようにすると,  $U: \text{Grp} \rightarrow \text{Set}$  は忘却関手である。

∴ (1)  $f: a \rightarrow b$  のとき,  $F(f): F(a) \rightarrow F(b)$  をみたす。

$$(F(f) = f, F(a) = a, F(b) = b)$$

(2)  $f: a \rightarrow b, g: b \rightarrow c$  のとき,

$$U(g \circ f) = g \circ f = U(g) \circ U(f) \quad \text{となる。}$$

(3)  $G \in \text{Grp}$  に対して,  $U(\text{id}_G) = \text{id}_G = \text{id}_{F(G)}$  である。

